Lector ing. dr. fiz. Corpodean Dumitriţa
dumitrita.moldovan@phys.utcluj.ro

Seminar 2 (CINEMATICĂ)

Notă: vă rog să scrieţi de mână acest seminar

1. Viteza unui biciclist ce coboară o pantă uniform accelerat este dată de relaţia:

$$\mathrm{v}(t) = 4 + 0.2t\ (m/s)$$

Se cere:

a) acceleraţia de coborâre;

b) ecuaţia natural (orară) de mişcare;

c) viteza medie pentru primele 30 s.

d) viteza medie cu care parcurge panta lunga de 320 m.

Răspuns:

a) acceleraţia de coborâre:

In primul rând trebuie să menţionez relaţia de definiţiea a acceleraţiei: $a = \frac{d\mathrm{v}}{dt}$ *şi a vitezei* $\mathrm{v} = \frac{dx}{dt}$

$$a = \frac{d\mathrm{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(4 + 0.2t) = 0.2\ (m/s^2)$$

b) ecuaţia natural (orară) de mişcare:

$$\mathrm{v} = \frac{dx}{dt} \Longrightarrow dx = \mathrm{v}dt \Longrightarrow \int_0^x dx = \int_0^t (4 + 0.2t)dt$$

$$x = 4t + 0.2\frac{t^2}{2}\Big|_0^t = 4t + 0.1t^2\ (m)$$

c) viteza medie pentru primele 30s:

trebuie să menţionez că în acest caz se aplică relaţia de definitie a vitezei medie: $\mathrm{v_m} = \frac{\Delta \mathrm{x}}{\Delta \mathrm{t}}$

$$\mathrm{v}_m = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} \mathrm{v}dt = \frac{1}{30}\int_0^{30} (4 + 0.2t)dt = \frac{1}{30}(4t + 0.1t^2)|_0^{30} = \frac{1}{30}210 = 7\ (m/s)$$

d) viteza medie cu care parcurge panta lunga de 320 m.

$$\mathrm{v_m} = \frac{320}{40} = 8\ (m/s)$$

trebuie să menţionez aici de unde este timpul de 40 şi este soluţia exuaţiei :$320 = 4\mathrm{t} + 0.1\mathrm{t}^2 \Longrightarrow \mathrm{t}^2 + 4\mathrm{t} - 3200 = 0$ *rezultate de mai susdin ecuaţia diferenţia*

2. Un autovehicul coloară o pantă lungă de 200 m. Printr-o accelerare adecvată a motorului viteza creşte pe această distanţă după ecuaţia:

$$\mathrm{v} = 10 + 4t - 0.3t^2\ m/s$$

Să se afle:

a) timpul de parcurs;

b) viteza medie, viteza la baza pantei şi viteza maximă;

c) expresia şi valoarea maximă a acceleraţiei.

Răspuns:

a) $ds = \mathrm{v}dt \Longrightarrow \int_0^{200} ds = \int_0^t (10 + 4t - 0.3t^2)\, dt \Longrightarrow 200 = 10t + 2t^2 - 0.1t^3$

$$t^3 - 20t - 100t + 2000 = 0 \Longrightarrow t(t^2 - 100) - 20(t^2 - 100) = 0$$

$$(t^2 - 100)(t - 20) = 0$$

dintre soluţiile acestei ecuaţii

$t_1 = 10\ s, t_1 = -10\ s, t_1 = 20\ s$ doar $t_1 = 10\ s$ are sens fizic

b) $\mathrm{v} = \frac{x}{t} = \frac{200}{10} = 20\ m/s\ v(10) = 10 + 4 \cdot 10 - 0.3 \cdot 10^2 = 20\ m/s$

$\mathrm{v} = \mathrm{v_{max}}$ pentru $4 - 0.6t = 0 \Longrightarrow t = \frac{20}{3} \Longrightarrow \mathrm{v_{max}} = \mathrm{v}_{\left(\frac{20}{3}\right)} = \frac{70}{3} = 23.3\ m/s$

c) $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(10 + 4t - 0.3t^2) = 4 - 0.6t$

$$a = \frac{1}{10}\int_0^{10}(4 - 0.6t)dt = \frac{1}{10}(4 - 0.6t)|_0^{10} = \frac{1}{10}(4 \cdot 10 - 0.3 \cdot 10^2) = 1\ m/s$$

3. La viteza de $\mathrm{v} = 6{,}8\ m/s$ motorul unei bărci se opreşte. Aceasta continua să se mişte cu acceleraţia (deceleraţia) $a = -kv^2 m/s^2$ unde $k = 0{,}1\ m^{-1}$. Să se afle ecuaţia vitezei, ecuaţia spaţiului şi valoarea vitezei după parcurgerea spaţiului $s = 10\ m$.

Răspuns:

In primul rând trebuie să menţionez cine este k-coeficentul hidrodinamic.

$$a = \frac{\mathrm{dv}}{dt} = -k\mathrm{v}^2 \qquad \int_{\mathrm{v_0}}^{\mathrm{v}} \frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{v}^2} = -\int_0^t kdt \qquad \frac{1}{\mathrm{v}} - \frac{1}{\mathrm{v_0}} = -kt \quad \mathrm{v} = \frac{\mathrm{v_0}}{1 + k\mathrm{v_0}t} \tag{1}$$

$$\mathrm{v} = \frac{\mathrm{dx}}{\mathrm{dt}} = \frac{\mathrm{v_0}}{1 + k\mathrm{v_0}t}\int_0^x dx = \int_0^t \frac{\mathrm{v_0}}{1 + k\mathrm{v_0}t}dt \qquad x = \frac{1}{k}\ln(1 + k\mathrm{v_0}t) \tag{2}$$

Din ecuaţiile (1) şi (2) dacă înlocuim cu o proprietate ca logartimilor expresia devine $1 + kv_0 t = e^{kx}$ apoi se obţine ecuaţia spaţială a vitezei:

$$\mathrm{v} = \mathrm{v_0}e^{-kx}$$

$\mathrm{v}(10) = 6{,}8 \cdot e^{-0{,}1 \cdot 10} = \frac{6{,}8}{e} = \frac{6{,}8}{2{,}718} \cong 2{,}5\ m/s$ valoare pe care dacă dorim să o transformăm în km/h este obținem 9 km/h.

4. Un tractor se deplasează cu viteza de $\mathrm{v_0} = 36\ km/h$. Cunoscând raza roţii tractorului $r = 0{,}5\ m$.

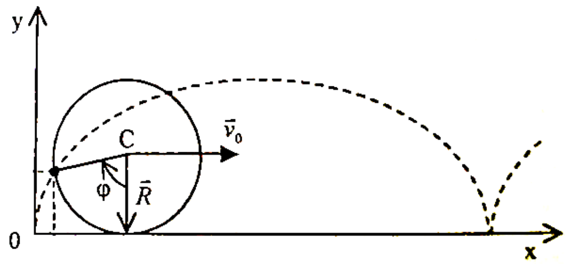
Se cere:

a) ecuaţiile de mişcare ale unui punct aflat pe circumferinţa exterioară a roţii;

b) componentele vitezei tangenţiale si valoarea vitezei;

c) spaţiul parcurs de un punct între două poziţii de contat de drum.

Lector ing. dr. fiz. Corpodean Dumitriţa
dumitrita.moldovan@phys.utcluj.ro



ştim din teorie viteza unghiulară este ω şi este

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

O cicloidă este o curbă trasată de un punct fix de pe un cerc care se rostogolește pe o dreaptă. Cicloida care trece prin origine, creată de un cerc cu raza r, este formată din punctele (x,y) cu

$$\begin{cases} x = r(t - sint) \\ y = r(1 - cost) \end{cases}$$

$$\omega = \frac{v_0}{r} = \frac{10}{0{,}5} = 20\, rad/s \qquad \varphi = \omega t$$

$$\begin{cases} x = v_0 t - r \cdot sin\omega t = 10t - 0{,}5 \cdot sin20t \\ y = r - r \cdot cos\omega t = 0{,}5 - 0{,}5 \cdot cos20t \end{cases}$$ ecuaţia unei cicloide

b) $v_x = \frac{dx}{dt} = v_0 - \omega r cos\omega t = v_0(1 - cos\omega t) = 10(1 - cos20t)$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = r\omega sin\omega t = v_0 sin\omega t = 10 sin20t$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = v_0\sqrt{(1 - cos\omega t)^2 + sin^2\omega t} = 2v_0 sin\frac{\omega t}{2} = 20sin10t$$

c) $dx = vdt = 2\omega r sin\frac{\omega t}{2} dt$ *cu* $\varphi = \omega t$ *şi* $d\varphi = \omega dt$ $dx = 2r sin\frac{\varphi}{2} d\varphi$

$$x = \int_0^{2\pi} 2r sin\frac{\varphi}{2} d\varphi = 4r\left(-cos\frac{\varphi}{2}\right)\Big|_0^{2\pi} = 8r = 4m.$$